Equations différentielles du premier et second ordre. TD 3

Exercice 1 *Résoudre les équations différentielles suivantes en trouvant une solution particulière par la méthode de la variation de la constante:*

1. $y' - (2x - \frac{1}{x})y = 1$ *sur* $]0; +\infty[$
2. $y' - y = x^k \exp(x)$ *sur* $\mathbb{R}$, *avec* $k \in \mathbb{N}$.
3. $x(1 + \ln^2(x))y' + 2\ln(x)y = 1$ *sur* $]0; +\infty[$.
4. $y' + y = \frac{1}{1+e^x}$ *sur* $\mathbb{R}$.
5. $(1 + x)y' + y = 1 + \ln(1 + x)$ *sur* $]-1; +\infty[$
6. $y' - \frac{y}{x} = x^2$ *sur* $]0; +\infty[$.
7. $y' - 2xy = -(2x - 1)e^x$ *sur* $\mathbb{R}$.
8. $y' - \frac{2}{t}\, y = t^2$ *sur* $]0; +\infty[$.

Exercice 2 *Résoudre les équations différentielles suivantes sur les intervalles précisés*

1. $(2 + \cos x)y' + \sin(x)y = (2 + \cos x)\sin x$ *sur* $\mathbb{R}$
2. $(1 + \cos^2 x)y' - \sin 2x.y = \cos x$ *sur* $\mathbb{R}$
3. $y' \sin x - y \cos x + 1 = 0$ *sur* $]0; \pi[$,
4. $(\sin x)^3 y' = 2(\cos x)y$ *sur* $]0; \pi[$.

Exercice 3 *Résoudre les équations différentielles suivantes sur les intervalles précisés*

1. $\cosh x.y' - \sinh x.y = \sinh^3 x$ *sur* $\mathbb{R}$
2. $y' - \frac{\sinh x}{1+\cosh x} y = \sinh x$ *sur* $\mathbb{R}$
3. $\sinh(x)y' - \cosh(x)y = 1$ *sur* $\mathbb{R}_+^*$ *et* $\mathbb{R}_-^*$,

Exercice 4 *Résoudre les équations différentielles suivantes:*

1. $y'' - 2y' + y = x$, $y(0) = y'(0) = 0$.
2. $y'' + 9y = x + 1$, $y(0) = 0$.
3. $y'' - 3y' + 2y = \sin(2x)$.
4. $y'' - 4y' + 3y = (2x + 1)e^{-x}$.
5. $y'' - 4y' + 3y = (2x + 1)e^{x}$.
6. $y'' - 2y' + y = (x^2 + 1)e^{x} + e^{3x}$.
7. $y'' - 4y' + 3y = x^2e^{x} + xe^{2x}\cos(x)$.
8. $y'' - 2y' + 5y = -4e^{-x}\cos(x) + 7e^{-x}\sin(x) - 4e^{x}\sin(2x)$.
9. $y'' + 4y' + 4y = 0$ *avec* $y(0) = 1$ *et* $y'(0) = 3$.
10. $y'' + y' + y = \cos(\omega x)$.
11. $y'' - 4y' + 4y = x\,e^{2x}$.
12. $y'' + y = \cos^4 x$.
13. $y'' + 2y' + y = xe^{x}\cos x$.
14. $y'' + y = \mathrm{cotan}(x)$.
15. $y'' - 2y' + y = \sin^2 x$.
16. $y'' - 3y' + 2y = \sqrt{x+1}$ *avec* $y(0) = y'(0) = 0$.
17. $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}\left(\sum_{k=0}^{27} x^k\right)$.
18. $y'' - y = e^{ax}$, $a \in \mathbb{R}$.
19. $y'' + 6y' + 9y = \frac{e^{-3x}}{\sqrt{1+x^2}}$.
20. $y'' + 3y' + 2y = \frac{x-1}{x^2}\ e^{-x}$.

Exercice 5 *Résoudre*

$$(1 + x)y'' - 2y' + (1 - x)y = xe^{-x}$$

sachant que $y_0(x) = e^{x}$ *est solution de l'équation homogène.*

Exercice 6 *Résoudre*

$$x^2y'' - xy' - 3y = x^3.$$